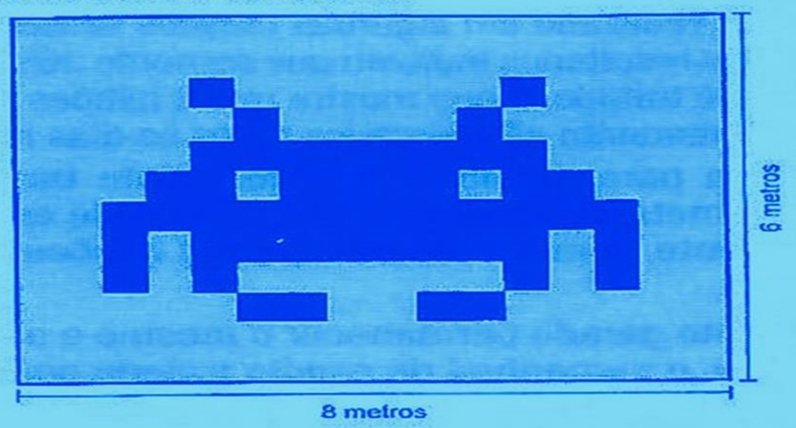
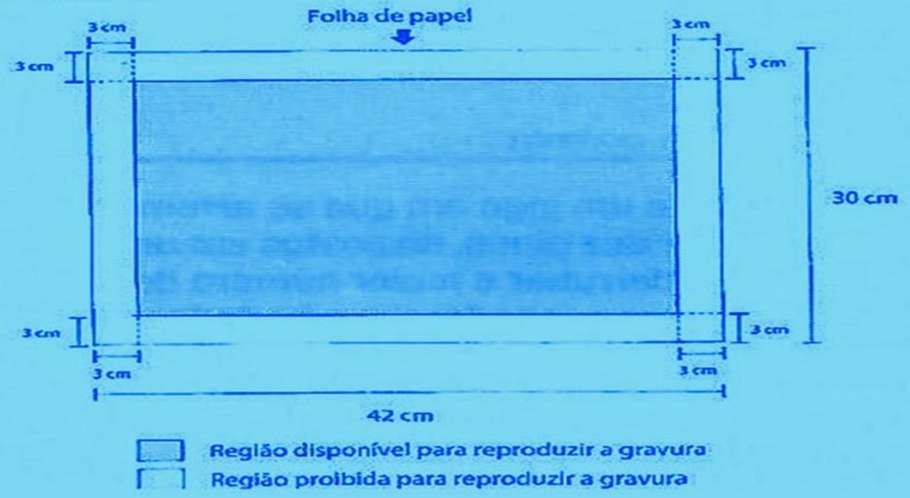
1. A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e 6 m de altura.



Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2.



A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da Figura 1.

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é

(A) 1: 3.
(B) 1: 4.
(C) 1: 20.
(D) 1: 25.
(E) 1: 32.

Resposta da questão 1 :

Da figura acima, tem-se que a gravura poderá ter, no máximo, 36 cm de comprimento e 24 cm de altura.

Se a reprodução tiver 36 cm de comprimento, sendo h sua altura, tem-se:

$36 \rightarrow 800$

$h \rightarrow 600$

$800 \cdot h = 600 \cdot 36$

$800 \cdot h = 21600$

$$h = \frac{21600}{800}$$

$h = 27\ cm$

Essa resposta não é possível visto que ultrapassa a altura dada.

Para 24 cm de altura, sendo c o comprimento, tem-se:

$24 \rightarrow 600$

$c \rightarrow 800$

$600 \cdot c = 800 \cdot 24$

$600 \cdot c = 19200$

$$c = \frac{19200}{600}$$

$c = 32\ cm$

Logo, a maior escala possível é de 24 : 600, ou seja, 1 : 25.

Alternativa correta letra D

2. Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.

No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente,

(A) 1,8 t; 8,4 t; 1,8 t.
(B) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.
(C) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.
(D) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.
(E) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

Resposta da questão 2:

Do enunciado, tem-se que:

– os pontos de sustentação central receberão 60% de 12t:

$$\frac{60}{100} \cdot 12 = 7{,}2t.$$

– os outros pontos de sustentação receberão cada um 20% de 12t:

$$\frac{20}{100} \cdot 12 = 2{,}4t.$$

Portanto, no caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão respectivamente: 2,4 t; 7,2 t e 2,4 t.

Alternativa correta C

3. A taxa de fecundidade é um indicador que expressa a condição reprodutiva média das mulheres de uma região, e é importante para uma análise da dinâmica demográfica dessa região. A tabela apresenta os dados obtidos pelos Censos de 2000 e 2010, feitos pelo IBGE, com relação à taxa de fecundidade no Brasil.

Ano	Taxa de fecundidade no Brasil
2000	2,38
2010	1,90

Suponha que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade no período de 2000 a 2010 se repita no período de 2010 a 2020.

Nesse caso, em 2020 a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de

(A) 1,14.

(B) 1,42.

(C) 1,52.

(D) 1,70.

(E) 1,80.

Resposta da questão 3 :

A variação percentual é dada por:

$$\frac{1,90-2,38}{2,38}=\frac{-0,48}{2,38}\cong -20\%$$

Assim, em 2020, a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de:

$$1,90-\frac{20}{100}\cdot 1,90$$

$$1,90-0,38=1,52$$

Alternativa correta letra C

4. O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010			
Região	**Doadores**	**Número de habitantes**	**Doadores/habitantes**
Nordeste	820 950	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010			
Sudeste	1 521 766	80 364 410	1,9%
Centro-Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 386 891	2,5%
Total	3 627 529	190 755 799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para a intensificação das campanhas de doação de sangue.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

(A) Norte, Centro-Oeste e Sul.
(B) Norte, Nordeste e Sudeste.
(C) Nordeste, Norte e Sul.
(D) Nordeste, Sudeste e Sul.
(E) Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

Resposta da questão 4 :

De acordo com a tabela, o percentual de doadores por habitante do país era de 1,9%. A campanha deveria ser intensificada, portanto, nas regiões em que o percentual fosse menor ou igual a 1,9%, o que ocorreu apenas nas regiões Nordeste, Norte e Sudeste.

Alternativa correta letra B

5. Um *show* especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o *show*, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao *show* e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicas indicados.

Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

(A) 1 hora
(B) 1 hora e 15 minutos
(C) 5 horas
(D) 6 horas
(E) 6 horas e 15 minutos

Resposta da questão 5 :

O número de pessoas que irá passar em cada uma das 20 catracas (5 portões com 4 catracas cada) é:

$$\frac{40000}{20} = 2250$$

Assim, o tempo necessário, em segundos é:

$$2.2250 = 4500$$

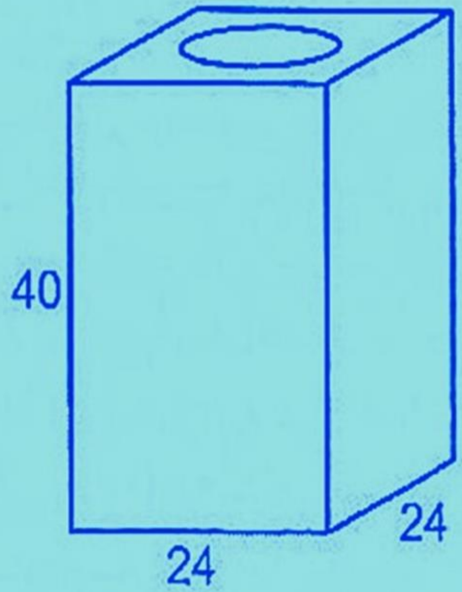
Desse modo, o tempo em minutos é:

$$\frac{4500}{60} = 75$$

Ou seja, 1 hora e 15 minutos.

Alternativa correta letra B

6. Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

(A) 14,4%
(B) 20,0%
(C) 32,0%
(D) 36,0%
(E) 64,0%

Resposta da questão 6 :

Volume da lata inicial: $24 \cdot 24 \cdot 40$
Volume da nova lata: $1,25 \cdot 24 \cdot 1,25 \cdot 24 \cdot h$
Como os volumes são iguais:

$$24 \cdot 24 \cdot 40 = 1,25 \cdot 24 \cdot 1,25 \cdot 24 \cdot h$$

$$23040 = 900 \cdot h$$

$$h = \frac{23040}{900} = 25,6$$

Assim, a altura da nova lata é de 25,6, isto é, $\frac{25,6}{40} = 0,64 = 64\%$ da altura da lata inicial. Assim, deve ser reduzida em 36%.

Alternativa correta letra D

7. Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas.

Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses.

Se o volume de esgoto gerado permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser

(A) 72%.
(B) 68%.
(C) 64%.
(D) 54%.
(E) 18%.

Resposta da questão 7 :

Sabendo que 36% do esgoto é tratado, concluímos que os 8 bilhões de litros representam 64% do esgoto. Os 4 bilhões de litros esperados representam, portanto, 32% do volume total de esgoto sem tratamento. O restante, 100% – 32% = 68%, representa o percentual de esgoto que passará a ser tratado.

Alternativa correta letra B

8. Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho.

Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

Jogador I – Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.

Jogador II – Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.

Jogador III – Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.

Jogador IV – Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.

Jogador V – Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?

(A) I

(B) II

(C) III

(D) IV

(E) V

Resposta da alternativa 8 :

Como o desempenho dos jogadores é dado pela razão:

$$D = \frac{\text{derrubar todos os pinos}}{\text{número de jogador}}, \text{ tem-se:}$$

$$D_I = \frac{50}{85} = 0,59$$

$$D_{II} = \frac{40}{65} = 0,62$$

$$D_{III} = \frac{20}{65} = 0,31$$

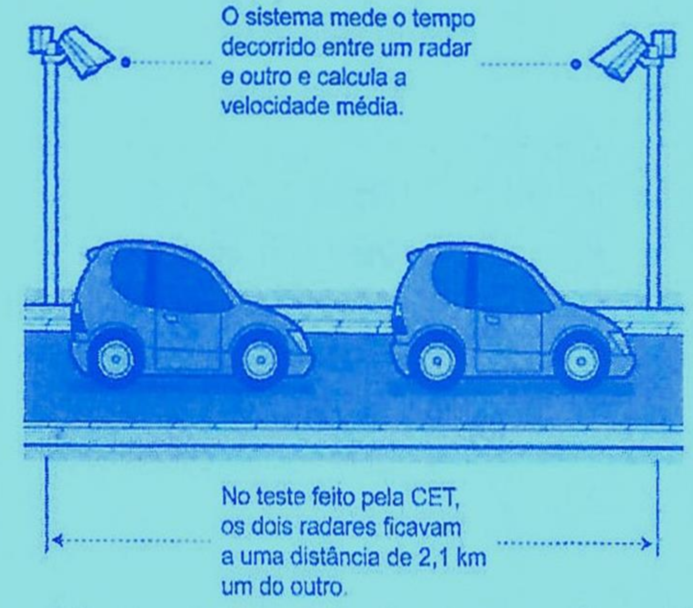
$$D_{IV} = \frac{30}{40} = 0,75$$

$$D_V = \frac{48}{90} = 0,53$$

Portanto, o jogador IV apresentou o maior desempenho.

Alternativa correta letra D

9. A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) de São Paulo testou em 2013 novos radares que permitem o cálculo da velocidade média desenvolvida por um veículo em um trecho da via.



As medições de velocidade deixariam de ocorrer de maneira instantânea, ao se passar pelo radar, e seriam feitas a partir da velocidade média no trecho, considerando o tempo gasto no percurso entre um radar e outro. Sabe-se que a velocidade média é calculada como sendo a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

O teste realizado mostrou que o tempo que permite uma condução segura de deslocamento no percurso entre os dois radares deveria ser de, no mínimo, 1 minuto e 24 segundos. Com isso, a CET precisa instalar uma placa antes do primeiro radar informando a velocidade média máxima permitida nesse trecho da via. O valor a ser exibido na placa deve ser o maior possível, entre os que atendem às condições de condução segura observadas.

A placa de sinalização que informa a velocidade que atende a essas condições é

(A) 25 km/h

(B) 69 km/h

(C) 90 km/h

(D) 102 km/h

(E) 110 km/h

Resposta da questão 9 :

Segundo o texto, o trecho de 2,1 km pode ser percorrido em, no mínimo, 1 minuto e 24 segundos. Convertendo esse tempo para horas, temos 1 min 24 seg = 60 seg + 24 seg = 84 seg.

1 hora —— 3600 seg.
x —— 84 seg.

$$3600 \cdot x = 84$$

$$x = \frac{84}{3600} \, horas.$$

A velocidade máxima permitida será:

$$v = \frac{2{,}1\ km}{\frac{84}{3600} h} = 2{,}1 \cdot \frac{3600}{84} = \frac{7560}{84} = 90\ km/h$$

Alternativa correta letra C

10. Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (contribuição para custeio da iluminação pública), conforme a expressão:

Valor do kWh (com tributos) × *consumo (em kWh) + Cosip*

O valor da Cosip é fixo em cada faixa de consumo. O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (kWh)	Valor da Cosip (R$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%.

Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

(A) 134,1
(B) 135,0
(C) 137,1
(D) 138,6
(E) 143,1

Resposta da questão 10 :

O custo total da conta é dado por:

$T = 150 \cdot 0,50 + 4,50$

$T = 75 + 4,50 = 79,50.$

O novo custo total deverá ser, no máximo, igual a 90% de R$ 79,50, ou seja: $\frac{90}{100} \cdot 79,5 = \text{R\$ } 71,55.$

Para que haja tal redução, é necessário que a faixa de consumo mensal seja menor ou igual a 140 kWh, pois $140 \cdot 0,50 + 3,00 = 70 + 3 = 73,00.$

Por ser C o consumo máximo para produzir a redução pretendida, tem-se:

$C \cdot 0,50 + 3,00 = 71,55$

$C \cdot 0,50 = 71,55 - 3,00$

$C \cdot 0,50 = 68,55$

$C = \frac{68,55}{0,5} = 137,10$

Alternativa letra C

11. O Brasil é um país com uma vantagem econômica clara no terreno dos recursos naturais, dispondo de uma das maiores áreas com vocação agrícola do mundo. Especialistas calculam que, dos 853 milhões de hectares do país, as cidades, as reservas indígenas e as áreas de preservação, incluindo florestas e mananciais, cubram por volta de 470 milhões de hectares. Aproximadamente 280 milhões se destinam à agropecuária, 200 milhões para pastagens e 80 milhões para a agricultura, somadas as lavouras anuais e as perenes, como o café e a fruticultura.

De acordo com os dados apresentados, o percentual correspondente à área utilizada para agricultura em relação à área do território brasileiro é mais próximo de

(A) 32,8%
(B) 28,6%
(C) 10,7%
(D) 9,4%
(E) 8,0%

Resposta da questão 11 :

Segundo o texto, dos 853 milhões de hectares do Brasil, 80 milhões são destinados para agricultura, o que pode ser representado pela razão:

$$\frac{80}{853} \approx 0{,}094$$, ou seja, 9,4%.

Alternativa correta letra D

12. O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto de garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

(A) 6.

(B) 600.

(C) 6 000.

(D) 60 000.

(E) 6 000 000.

Resposta da questão 12 :

Volume do armário no projeto: $3 \cdot 1 \cdot 2 = 6\ cm^3$.

Como a escala é de 1 cm na figura, para 100 cm no real, então $1\ cm^3$ no projeto está para $1\ 000\ 000\ cm^3$ no real.

Assim, tem-se:

Volume do projeto = Volume real

$1\ cm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$

Logo, $6\ cm^3 = 6 \cdot 1\ 000\ 000 = 6\ 000\ 000\ cm^3$

Alternativa correta letra E

13. Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

1) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
2) Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
3) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
4) Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é

(A) 47,5%.
(B) 85,0%.
(C) 86,3%.
(D) 94,4%.
(E) 95,0%.

Resposta da questão 13 :

O novo espaço amostral é formado por $95 + 5 = 100$ pacientes que estão com a doença. A probabilidade de o teste ser positivo nesse caso é de

$$\frac{95}{100} = 95\%.$$

A sensibilidade dele é de 95%.

Alternativa correta letra E

14. Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2x \cdot 5y \cdot 7z$, na qual x, y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N, diferentes de N, é

(A) $x \cdot y \cdot z$

(B) $(x + 1) \cdot (y + 1)$

(C) $x \cdot y \cdot z - 1$

(D) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$

(E) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

Resposta da alternativa 14 :

Os divisores positivos de N devem ser de forma $2^{\alpha} \cdot 5^{\beta} \cdot 7^{\gamma}$, sendo α, β e γ números inteiros não negativos tais que:

$0 \leq \alpha \leq x$

$0 \leq \beta \leq y$

$0 \leq \gamma \leq z$

Logo, há $(x + 1)$ possibilidades para a escolha de α, $(y + 1)$ para a escolha de β, e $(z + 1)$ para a escolha de γ.

Pelo Princípio Fundamental da contagem, o total de divisores positivos é dado por: $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1)$

De todos esses divisores, apenas um é o próprio N. Dessa forma, há $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$ divisores positivos de N, diferentes de N (note que consideramos apenas os divisores positivos).

Alternativa correta letra E