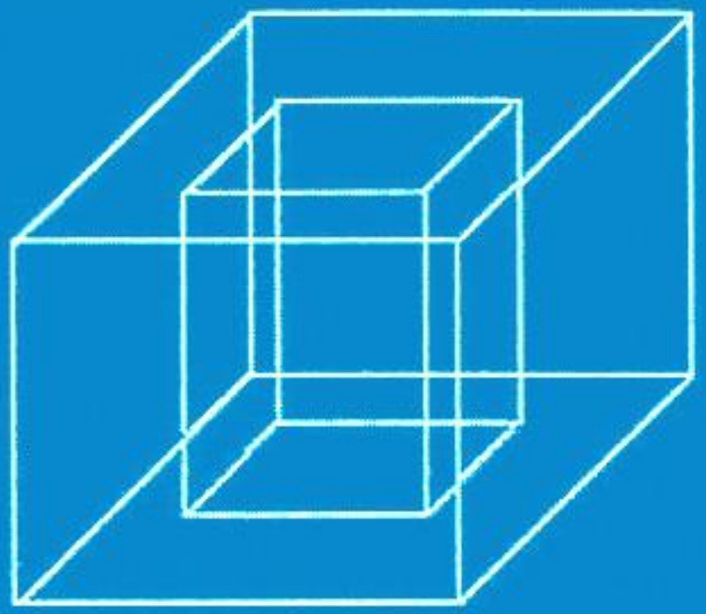
1. Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro é vazio.

A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.



O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

(A) 12 cm^3
(B) 64 cm^3
(C) 96 cm^3
(D) 1.216 cm^3
(E) 1.728 cm^3

Resposta da questão 1 :

O volume V da madeira é:

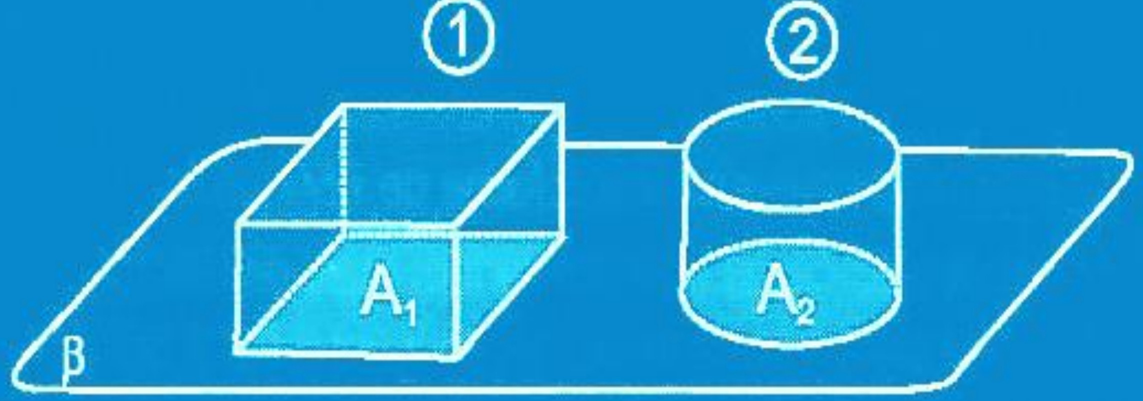
$V = V$ (cubo maior) $- V$ (cubo menor)

$V = 12^3 - 8^3 = 1.728$

$1.728 - 512 = 1.216$

Alternativa correta letra D

2. Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, e V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

(A) $L = r^*$

(B) $L = 2r$

(C) $L = r^*$

(D) $L = r\sqrt{\pi}$

(E) $L = (\pi r2)/2$

Resposta da questão 2 :

Pelos dados fornecidos, a altura dos dois sólidos é a mesma e o volume que ambos deverão comportar também é o mesmo, ou seja, os volumes e as alturas serão iguais. Por definição, temos volume = área da base x altura do sólido. Logo, devemos trabalhar somente com as áreas.

Na figura 1, a base é um quadrado de lado L; sua área é L^2. Na figura 2, a base é um círculo; sua área é πr^2.

Área do quadrado = Área do círculo

$$L^2 = \pi r^2$$

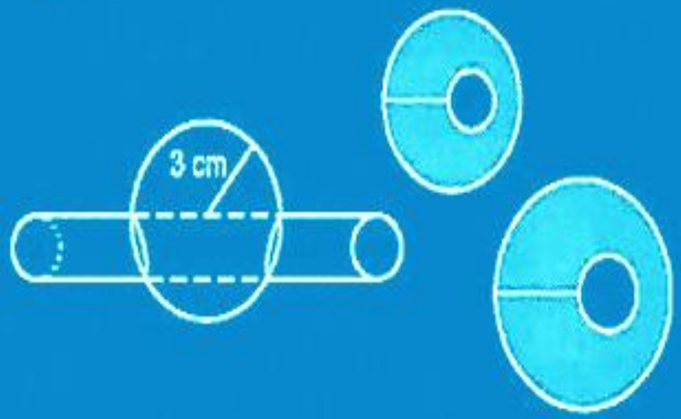
$$L = \sqrt{\pi r^2}$$

$$L = r\sqrt{\pi}$$

Portanto, D é a alternativa correta.

** As alternativas "A" e "C" apresentam-se conforme a prova original. (NE)*

3. Um chefe de cozinha utiliza um instrumento cilíndrico afiado para retirar parte do miolo de uma laranja. Em seguida, ele fatia toda a laranja em secções perpendiculares ao corte feito pelo cilindro. Considere que o raio do cilindro e da laranja sejam iguais a 1 cm e a 3 cm, respectivamente.



A área da maior fatia possível é:

(A) duas vezes a área da secção transversal do cilindro.
(B) três vezes a área da secção transversal do cilindro.
(C) quatro vezes a área da secção transversal do cilindro.
(D) seis vezes a área da secção transversal do cilindro.
(E) oito vezes a área da secção transversal do cilindro.

Resposta da questão 3:

Área da maior fatia da laranja: $Af = \pi r^2 = \pi 3^2 = 9\pi$

Área do buraco feito pelo cilindro: $A_c = \pi$

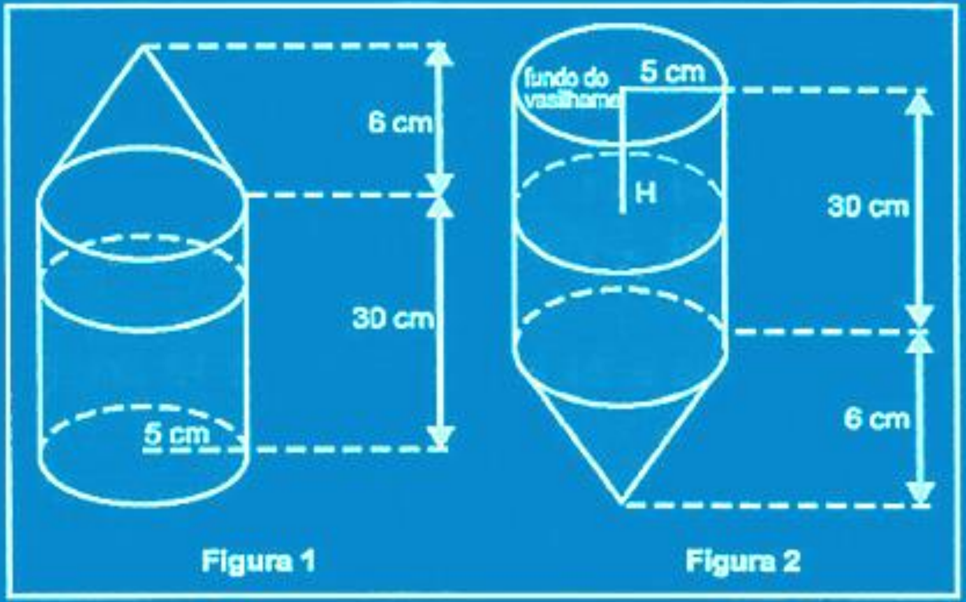
Como o cilindro fura a fatia da laranja no centro, temos:

$A_1 - A_c = 9\pi - \pi = 8\pi$

A área da maior fatia da laranja é oito vezes a área da secção transversal do cilindro.

Alternativa correta letra E

4. Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625π cm³ de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.



Volume do cone: $V_{cone} = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?

(A) 5 cm
(B) 7 cm
(C) 8 cm
(D) 12 cm
(E) 18 cm

Resposta da questão 4 :

O volume do cilindro é de 625 π com 25 cm de altura.

Volume do cone: $\dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 6}{3} = 50\pi$

O novo volume do cilindro será 625 π – 50 π = 575 π cm^3

A altura correspondente a esse volume é:

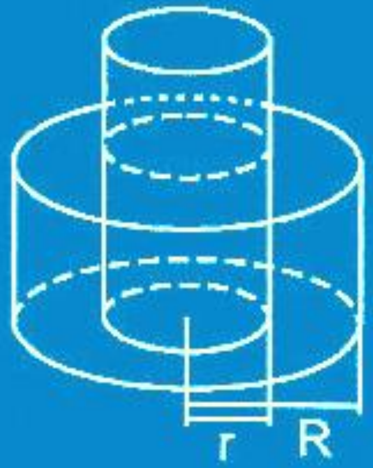
$575\,\pi = \pi \cdot 5^2 \cdot h$

$h = 23$ cm

Como a altura do cilindro é 30 cm, temos: 30 – 23 = 7 cm. Assim,

Alternativa correta letra B

5. Em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio r e altura h_1, e o outro de raio R e altura h_2. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro.



$R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = \dfrac{h_1}{3}$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher essa fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários:

(A) 20 minutos
(B) 30 minutos
(C) 40 minutos
(D) 50 minutos
(E) 60 minutos

Resposta da questão 5 :

Volume do cilindro do meio $= \pi \cdot r^2 \cdot h_1$ e $h_2 = \frac{1}{3}$ de h_1

Volume do cilindro de fora $= \pi \cdot (r\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot h_1$

Dividindo-se o volume do cilindro do meio pelo volume do cilindro de fora, obteremos a razão $\frac{1}{3}$. Isto significa que se o cilindro do meio leva 30 minutos para encher, o cilindro de fora enche na razão de $\frac{1}{3}$ desse tempo. Logo, o cilindro do meio leva 10 minutos para encher.

$$\frac{30}{x} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad x = 10 \text{ minutos.}$$

Então, o tempo total para encher os dois cilindros será de $30 + 10 = 40$ minutos.

Alternativa correta letra C

6. Um artista plástico construiu, com certa quantidade de massa modeladora, um cilindro circular reto cujo diâmetro da base mede 24 cm e cuja altura mede 15 cm. Antes que a massa secasse, ele resolveu transformar aquele cilindro em uma esfera.

$$\text{Volume da esfera}: V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, conclui-se que o raio R da esfera assim construída é igual a:

(A) 15
(B) 12
(C) 24
(D) $3\sqrt[3]{60}$
(E) $6\sqrt[3]{30}$

Resposta da questão 6 :

Se o diâmetro do cilindro é 24 cm, o seu raio é 12 cm, o volume do cilindro é obtido por:

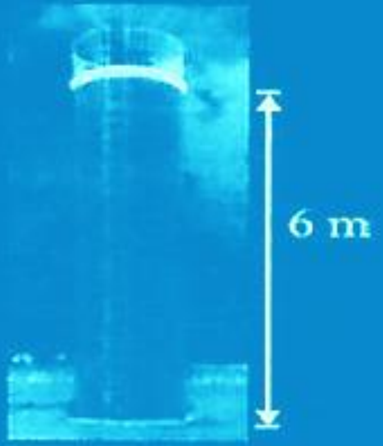
$V = \pi \cdot 12^2 \cdot 15 = 2160\,\pi$

Como a esfera foi feita com o material do cilindro, temos que os volumes do cilindro e da esfera são iguais. Portanto:

$$2160\pi = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}. \text{ Logo, } r = 3\sqrt[3]{60}$$

Alternativa correta letra B

7. A figura abaixo mostra um reservatório de água na forma de um cilindro circular reto, com 6 m de altura. Quando está completamente cheio, o reservatório é suficiente para abastecer, por um dia, 900 casas cujo consumo médio diário é de 500 litros de água.



Suponha que, um certo dia, após uma campanha de conscientização do uso da água, os moradores das 900 casas abastecidas por esse reservatório tenham feito economia de 10% no consumo de água. Nessa situação:

(A) a quantidade de água economizada foi de $4{,}5\ m^3$.

(B) a altura do nível da água que sobrou no reservatório, no final do dia, foi igual a 60 cm.

(C) a quantidade de água economizada seria suficiente para abastecer, no máximo, 90 casas cujo consumo diário fosse de 450 litros.

(D) os moradores dessas casas economizariam mais de R$ 200,00, se o custo de $1\ m^3$ de água para o consumidor fosse igual a R$ 2,50.

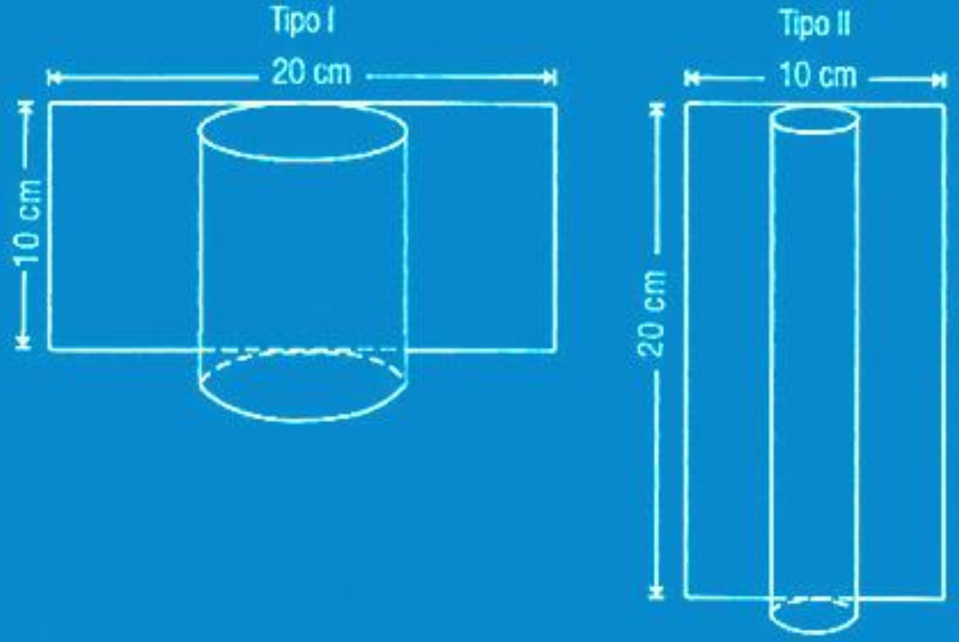
(E) um reservatório de mesma forma e altura, mas com raio da base 10% menor que o representado, teria água suficiente para abastecer todas as casas.

Resposta da questão 7 :

Em todo cilindro circular reto o volume e a altura são grandezas proporcionais. Logo, economizando 10% no consumo de água, ao final do dia a altura do nível de água que sobrou no reservatório é de 10% de 600 cm, ou seja, 60 cm.

alternativa correta letra B

8. Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras a seguir). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

(A) o triplo
(B) o dobro
(C) igual
(D) a metade
(E) a terça parte

Resposta da questão 8 :

Com R_1 e R_2 como os raios, e V_1 e V_2 como os volumes dos cilindros, chega-se ao resultado de que o primeiro tem o dobro do preço do segundo. Observe:

$$1)\ 2\pi R_1 = 20\ \text{cm}\ \text{g}\ R_1 = \frac{10}{\pi}$$

$$2\pi R_2 = 10\ \text{cm}\ \text{g}\ R_2 = \frac{5}{\pi}$$

$$2)\ V_1 = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right) \cdot\ 10\ \text{cm}^3 = \frac{1000}{\pi}\ \text{cm}^3$$

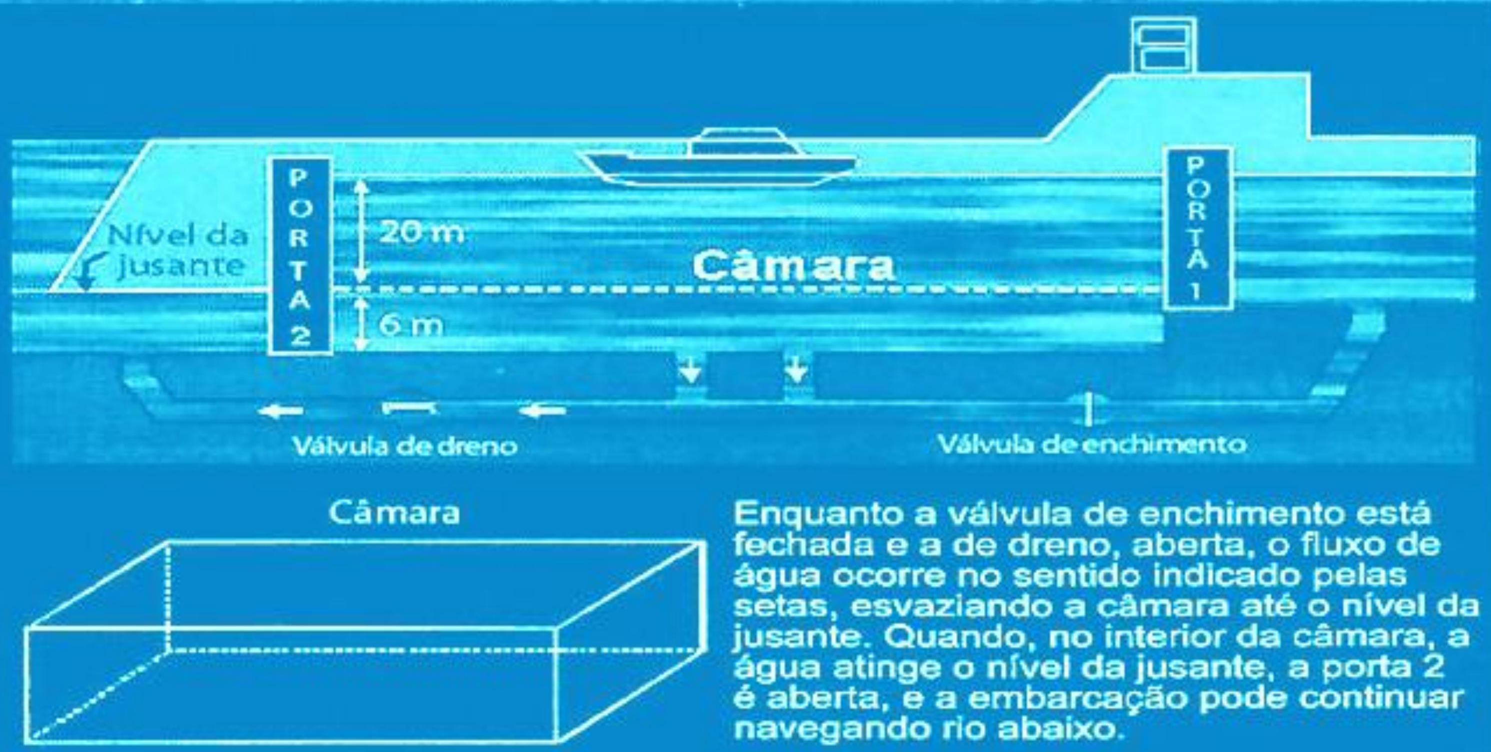
$$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{5}{\pi}\right)^2 \cdot\ 20\ \text{cm}^3 = \frac{500}{\pi}\ \text{cm}^3$$

$$3)\ V_1\ \frac{1000\ \text{cm}^3}{\pi} = 2\ \text{g}\ V_1 = 2V_2$$

$$V_2 = \frac{500\ \text{cm}^3}{\pi}$$

Alternativa correta letra B

9. Eclusa é um canal que, construído em águas de um rio com grande desnível, possibilita a navegabilidade, subida ou descida de embarcações. No esquema a seguir, está representada a descida de uma embarcação, pela eclusa do porto Primavera, do nível mais alto do rio Paraná até o nível da jusante.



Enquanto a válvula de enchimento está fechada e a de dreno, aberta, o fluxo de água ocorre no sentido indicado pelas setas, esvaziando a câmara até o nível da jusante. Quando, no interior da câmara, a água atinge o nível da jusante, a porta 2 é aberta, e a embarcação pode continuar navegando rio abaixo.

A câmara dessa eclusa tem comprimento aproximado de 200 m e largura igual a 17 m. A vazão aproximada da água durante o esvaziamento da câmara é de 4.200 m^3 por minuto. Assim, para descer do nível mais alto até o nível da jusante, uma embarcação leva cerca de:

(A) 2 minutos
(B) 5 minutos
(C) 11 minutos
(D) 16 minutos
(E) 21 minutos

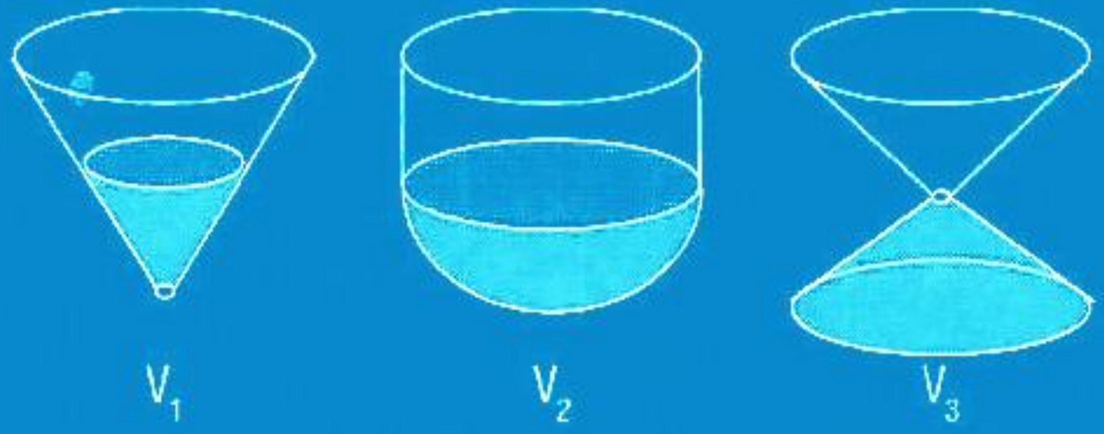
Resposta da questão 9:

A câmara da eclusa tem, como vimos, 200 m de comprimento, 17 m de largura, 20 m de altura e volume $V = (200 \cdot 17 \cdot 20)\ m^3 = 68.000\ m^3$. Com vazão aproximada de $4.200\ m^3$ por minuto, o tempo que uma embarcação leva para descer do nível mais alto até o nível da jusante é de cerca de 16 minutos. Observe:

$$t = \frac{68.000\ m^3}{4.200\ m^3}\ \text{minuto} \cong 16{,}1\ \text{min}.$$

Alternativa correta letra D

10. Os três recipientes da figura têm formas diferentes, mas a mesma altura e o mesmo diâmetro da boca. Neles são colocados líquido até a metade de sua altura, conforme indicado nas figuras.



Representando por V_1, V_2 e V_3 o volume de líquido em cada um dos recipientes, tem-se:

(A) $V_1 = V_2 = V_3$.

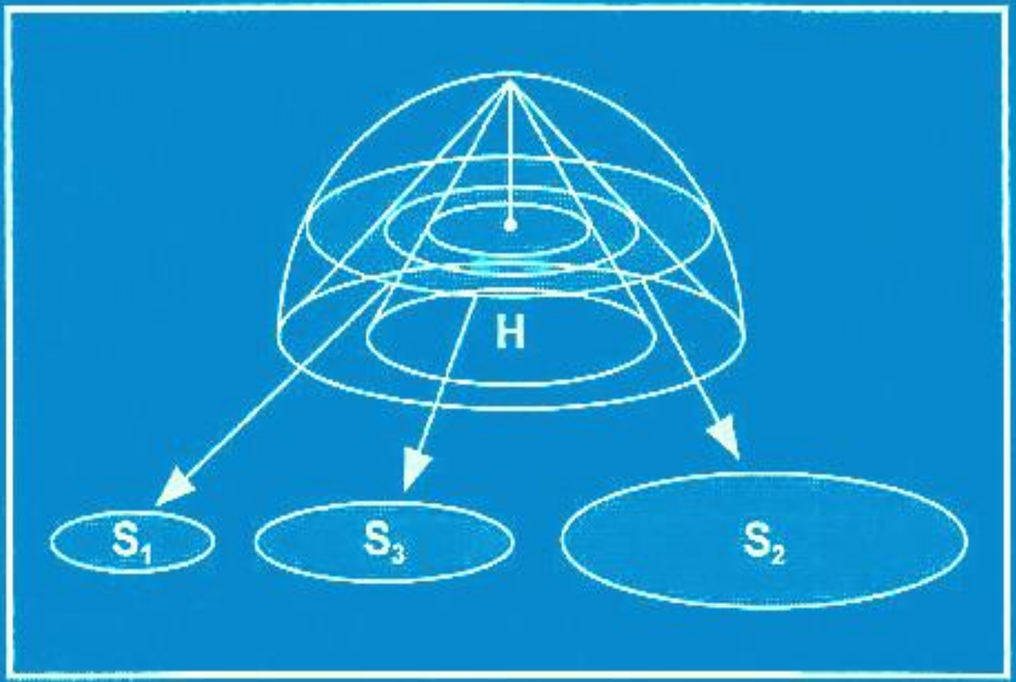
(B) $V_1 < V_3 < V_2$.

(C) $V_1 = V_3 < V_2$.

(D) $V_3 < V_1 < V_2$.

(E) $V_1 < V_2 = V_3$.

Resposta da questão 10 :



A interseção de qualquer plano x perpendicular ao segmento de reta $\overline{AH}$ tal que $A \notin x$ e $H \notin x$ com V_1 e V_2 determina secções transversais S_1,S_2 e S_3 respectivamente.
Como $S_1 < S_3 < S_2$ para qualquer x, temos:
$V_1 < V_3 < V_2$

Alternativa correta letra B

11. *Nos X-Games Brasil*, em maio de 2004, o skatista brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900", na modalidade *skate* vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a:

(A) uma volta completa

(B) uma volta e meia

(C) duas voltas completas

(D) duas voltas e meia

(E) cinco voltas completas

Resposta da questão 11 :

A cada volta completa, o skatista gira 360º. O nome da manobra realizada, "900", indica o número de graus que o atleta gira no ar, número esse que corresponde a $\frac{900^\circ}{360^\circ} = 2,5$ voltas.

Alternativa correta letra D

12. Gangorra é um brinquedo que consiste de uma tábua longa e estreita equilibrada e fixada no seu ponto central (pivô). Nesse brinquedo, duas pessoas sentam-se nas extremidades e, alternadamente, impulsionam-se para cima, fazendo descer a extremidade oposta, realizando, assim, o movimento da gangorra.

Considere a gangorra representada na figura, em que os pontos *A* e *B* são equidistantes do pivô:

A projeção ortogonal da trajetória dos pontos A e B, sobre o plano do chão da gangorra, quando esta se encontra em movimento, é:

(A) 

(B) 

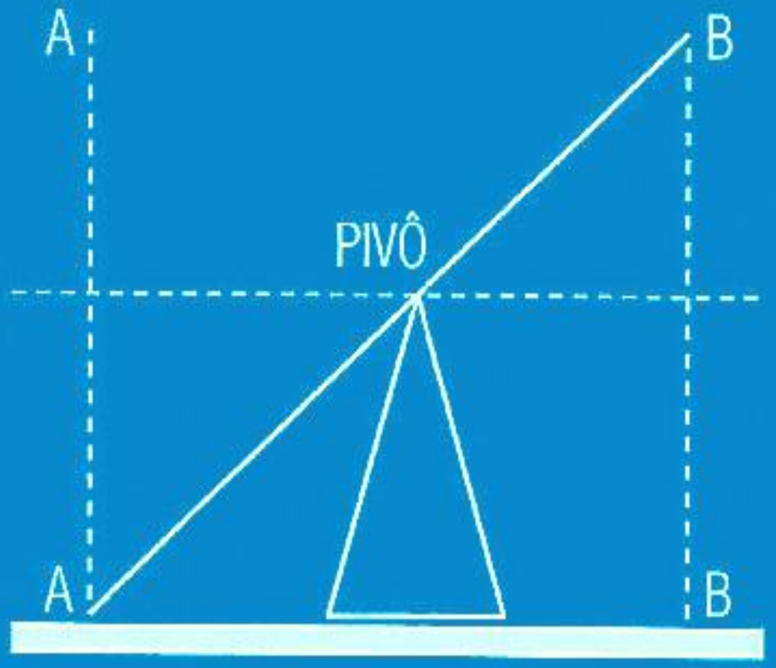
(C) 

(D) 

(E) 

Resposta da questão 12 :

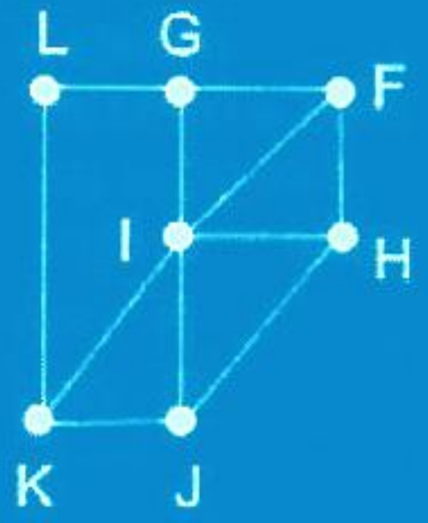
Devido ao segmento $\overline{AB}$ estar girando em torno de um ponto fixo, as suas projeções ortogonais são segmentos de retas horizontais.



Alternativa correta letra B

13. Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.



Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos:

(A) K, I e F

(B) K, J, I, G, L e F

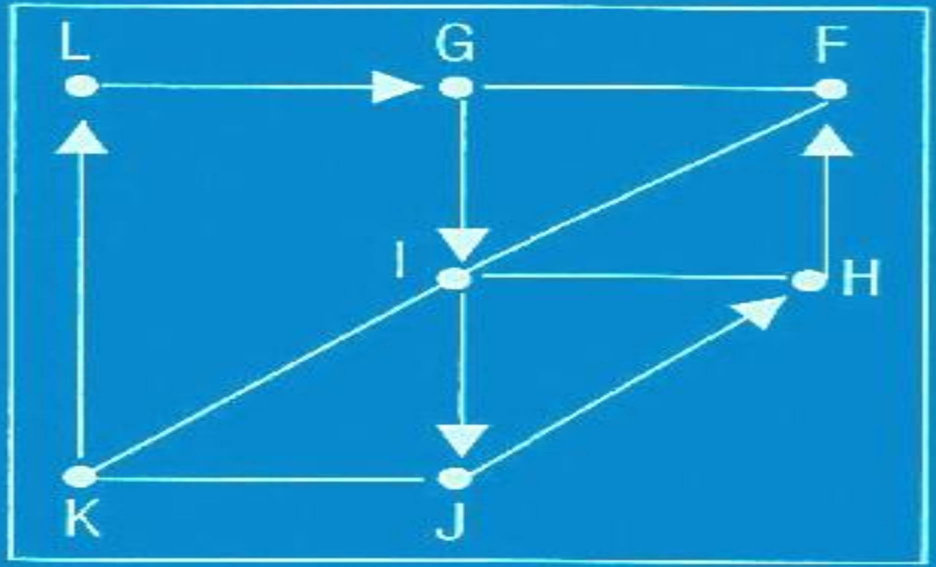
(C) K, L, G, I, J, H e F

(D) K, J, H, I, G, L e F

(E) K, L, G, I, H, J e F

Resposta da questão 13 :

O único caminho a seguir é de: K, L, G, I, J, H, F.



Alternativa correta letra C

14. Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.

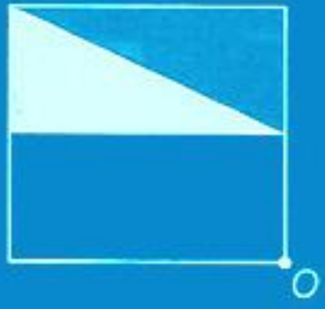
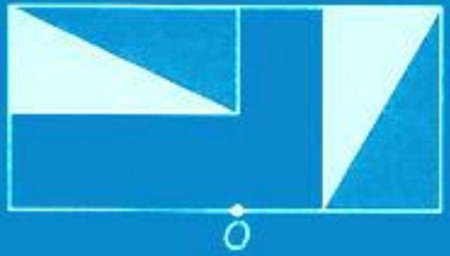


Figura original

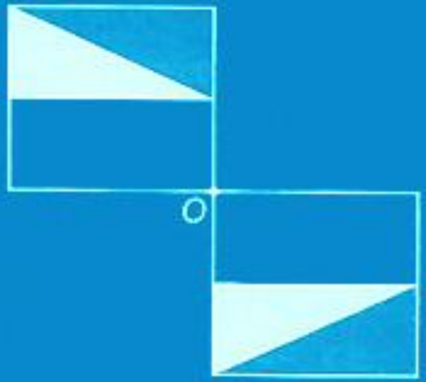
(A)



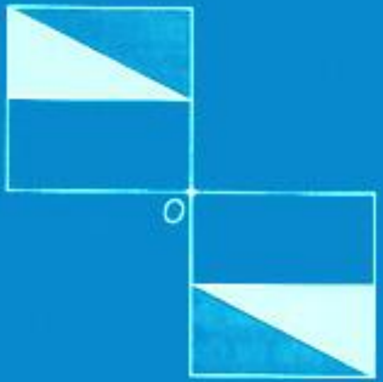
(B)

(C)

(D)



(E)

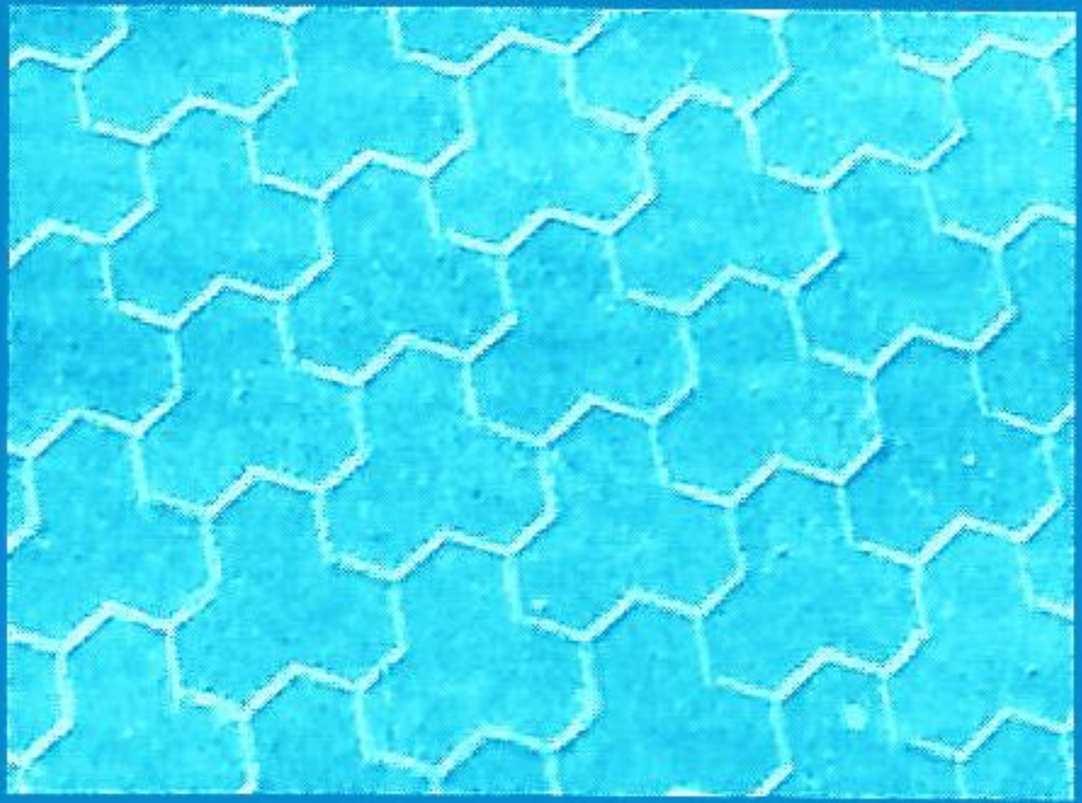


Resposta da questão 14 :

A simetria em relação ao ponto *O* pode ser definida se rotacionarmos a figura inicial em torno desse ponto, obtendo assim a figura da alternativa E.

Alternativa correta letra E

15.

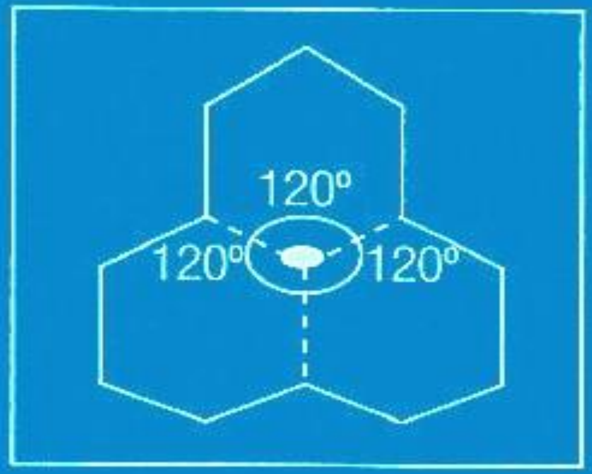


O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno do seu centro, de:

(A) 45º
(B) 60º
(C) 90º
(D) 120º
(E) 180º

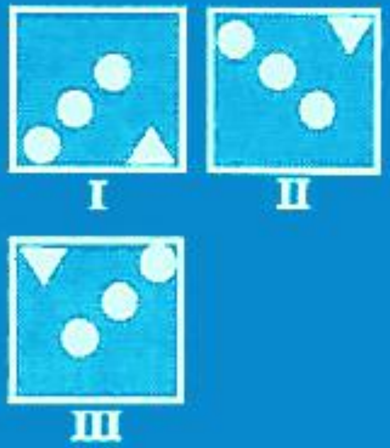
Resposta da questão 15 :

Consiste na união de 3 hexágonos regulares, que por rotação em torno de seu centro, com ângulos de 120º.



Alternativa correta letra D

16. Um decorador utilizou um único tipo de transformação geométrica para compor pares de cerâmicas em uma parede. Uma das composições está representada pelas cerâmicas indicadas por I e II.



Utilizando a mesma transformação, qual é a figura que compõe par com a cerâmica indicada por III?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

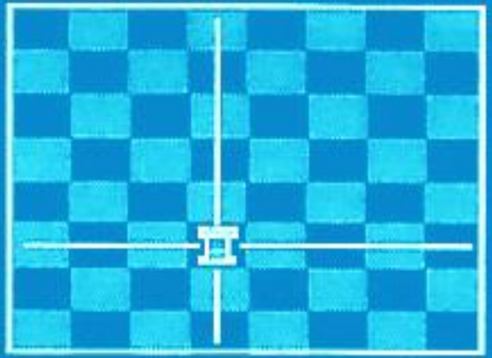
(E) 

Resposta da questão 16:

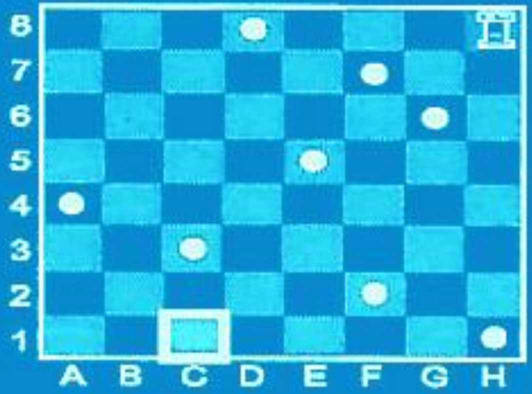
É possível notar nas cerâmicas I e II que a base do triângulo fica fixa no lado do quadrado e o início da sequência das bolas se encontra na diagonal do quadrado que apoia o triângulo. Nas alternativas A, C, D e E, o triângulo está de cabeça para baixo ou do lado errado em relação à sequência de bolas.

Portanto, a única alternativa que compõe par com a cerâmicas é a B.

17. O xadrez é jogado por duas pessoas. Um jogador joga com as peças brancas, o outro, com as pretas. Neste jogo, vamos utilizar somente a Torre, uma das peças do xadrez. Ela pode mover-se para qualquer casa ao longo da coluna ou linha que ocupa, para frente ou para trás, conforme indicado na figura a seguir.



O jogo consiste em chegar a um determinado ponto sem passar por cima dos pontos pretos já indicados.

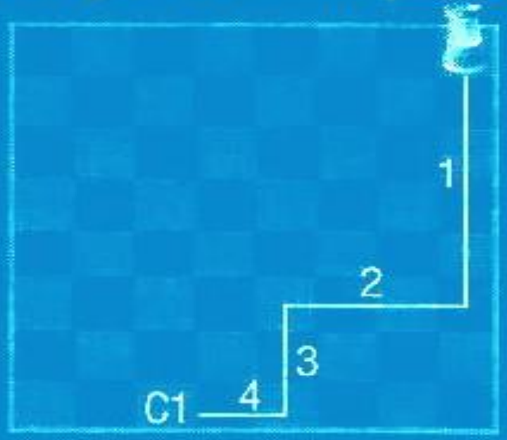


Respeitando-se o movimento da peça Torre e as suas regras de movimentação no jogo, qual é o menor número de movimentos possíveis e necessários para que a Torre chegue à casa C1?

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 7

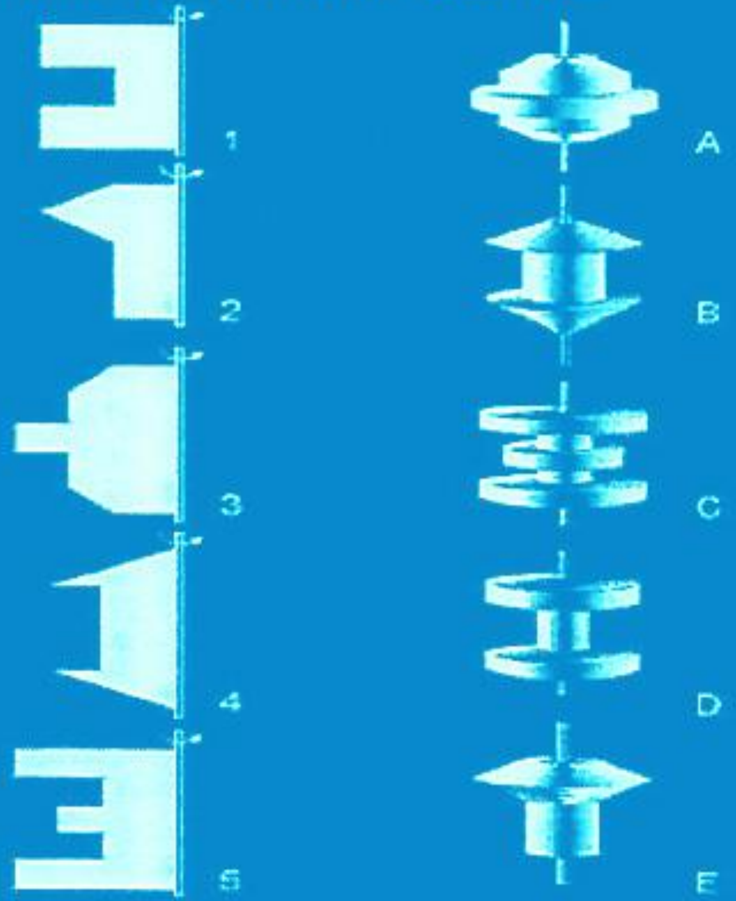
Resposta da questão 17 :

Como a torre só pode andar na vertical e na horizontal, ou seja, em linha reta, para cima, para baixo e para os lados, o menor número de movimentos possível para se chegar a C1 sem passar pelos pontos pretos é:



Alternativa correta letra C

18. Assim como na relação entre o perfil de um corte de um torno e a peça torneada, sólidos de revolução resultam da rotação de figuras planas em torno de um eixo. Girando-se as figuras abaixo em torno da haste indicada obtêm-se os sólidos de revolução que estão na coluna da direita. A correspondência correta entre as figuras planas e os sólidos de revolução obtidos é:



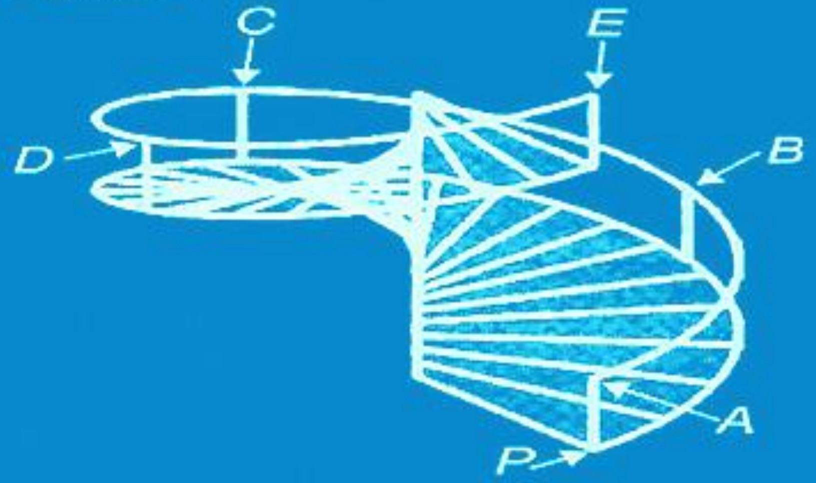
(A) 1A, 2B, 3C, 4D, 5E.
(B) 1B, 2C, 3D, 4E, 5A.
(C) 1B, 2D, 3E, 4A, 5C.
(D) 1D, 2E, 3A, 4B, 5C.
(E) 1D, 2E, 3B, 4C, 5A.

Resposta da questão 18 :

Cada figura plana corresponde à metade do respectivo sólido. Observando a correspondência correta, temos: 1D, 2E, 3A, 4B, 5C.

Alternativa correta letra D

19. O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cinco pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E* sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos *P*, *A* e *E* estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto *A* até o ponto *D*.



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

(A) 

(B) 

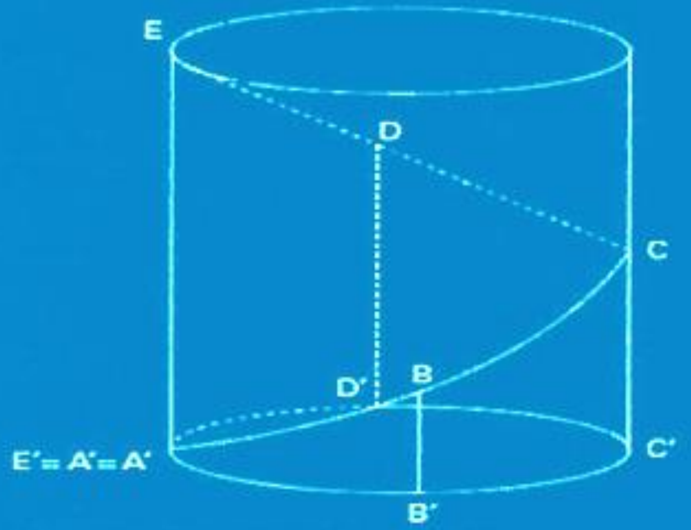
(C) 

(D) 

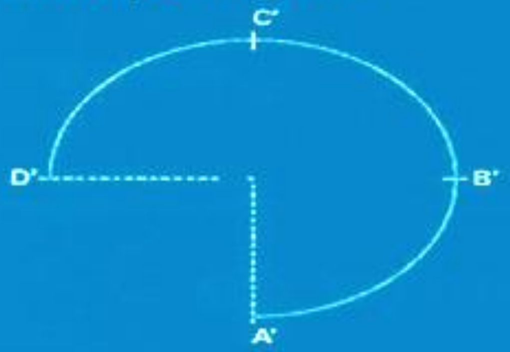
(E) 

Resposta da questão 19 :

Considere a figura:

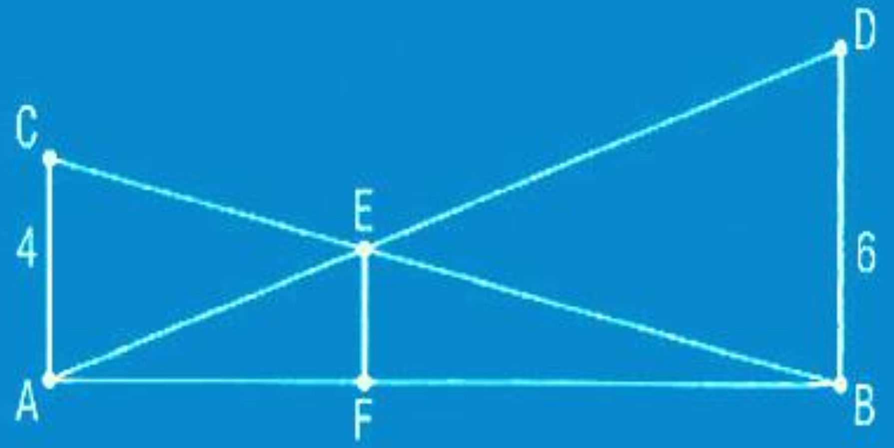


A escada circular pode ser representada pela diagonal do retângulo que forma a superfície lateral de um cilindro circular reto.
A projeção dessa diagonal sobre o plano da base é a circunferência da base do cilindro. Assim, a projeção ortogonal do caminho de A até D é dada pela figura:



Alternativa correta letra C

20. O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos *AC* e *BD* e a haste é representada pelo segmento *EF*, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta *AB*. Os segmentos *AD* e *BC* representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

(A) 1 m

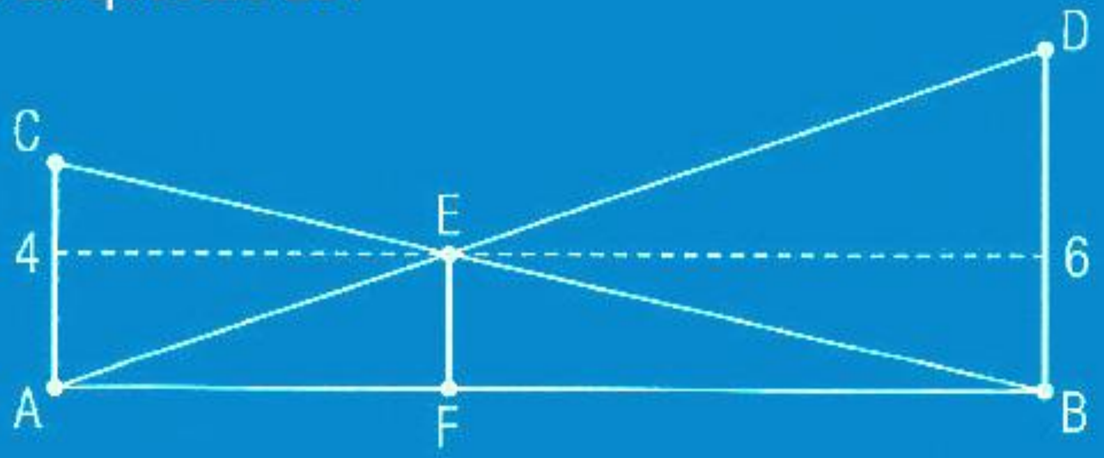
(B) 2 m

(C) 2,4 m

(D) 3 m

(E) $2\sqrt{6}$

Resposta da questão 20 :



Os triângulos AEC e DEB são semelhantes, e os triângulos AEF e ADB também são semelhantes, e a proporção entre suas alturas é igual à das bases $\frac{AC}{BD}$

Logo, as alturas de AEC e BED têm medidas 2 e 3 respectivamente.
De acordo com as semelhanças:

$$\frac{EF}{6} + \frac{EF}{4} = EF = 24 = 2,4\ m$$

Alternativa correta letra C